

Содержание вступительного экзамена на программу רנר

Раздел первый (планиметрия)

Тема 1: Прямоугольный треугольник

Тема 2: Равнобедренный треугольник

Тема 3: Треугольник общего вида

Тема 4: Параллелограмм, ромб

Тема 5: Трапеция

Тема 6: Квадрат, прямоугольник

Тема 7: Окружность - углы, касательные, секущие, хорды

Тема 8: Вписанные и описанные окружности

Тема 9: Тригонометрия (теорема синусов, теорема косинусов, формулы площади треугольника)

Раздел второй (стереометрия)

Тема 1: Куб, прямоугольный параллелепипед и призма

Тема 2: Пирамида

Тема 3: Комбинации тел

Раздел третий (теория вероятности)

Тема 1: Базисные задачи

Тема 2: Дерево вероятностей

Тема 3: Условная вероятность

Тема 4: Формула Бернулли

Раздел четвертый (решение уравнений)

Тема 1: Линейные, квадратные

Тема 2: Рациональные уравнения

Тема 3: Иррациональные уравнения

Тема 4: Показательные уравнения

Тема 5: Логарифмические уравнения

Тема 6: Тригонометрические уравнения

Раздел пятый (производная и ее применение, интеграл)

Тема 1: Применение производной к исследованию функций

Тема 2: Геометрический смысл производной, касательные

Тема 3: Первообразные и интегралы

Раздел шестой (графики функций)

Тема 1: График параболы

Тема 2: График гиперболы и корня

Тема 3: График модуля

Тема 4: Графики тригонометрических функций

Тема 5: График показательной функции и логарифма

Тема 6: Пересечение графиков

Раздел седьмой (прогрессии)

Тема 1: Арифметическая прогрессия

Тема 2: Геометрическая прогрессия

Раздел восьмой (текстовые задачи)

Тема 1: Проценты

Тема 2: Движение

Примеры заданий

Раздел 1

1.

(Аналог ЕГЭ 2024 основная волна)

Окружность с центром в точке O касается сторон угла с вершиной N в точках A и B . Отрезок BC – диаметр этой окружности.

а) Докажите, что $\angle ANB = 2\angle ABC$.

б) Найдите расстояние от точки N до прямой AB , если известно, что $AC = 14$ и $AB = 36$.

2.

(Аналог ЕГЭ 2021 основная волна) Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A . На продолжении стороны AD за точку D взята точка N такая, что $CN = CD$, а на продолжении стороны CD за точку D взята такая точка M , что $AD = AM$.

а) Докажите, что $BM = BN$.

б) Найдите MN , если $AC = 7$, $\sin(BAD) = 7/25$.

Раздел 2

(Аналог реального ЕГЭ 2024 года)

Найдите объём многогранника, вершинами которого являются вершины A, B, C, A_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 8.

Раздел 3

На фабрике производят тарелки, а затем раскрашивают их в красный, синий или бирюзовый цвета. Синие тарелки

составляют 35% от общего числа. Количество красных в три раза больше чем бирюзовых тарелок. Найдите вероятность того, что наугад взятая тарелка синяя или бирюзовая.

Раздел 4

а) Решите уравнение

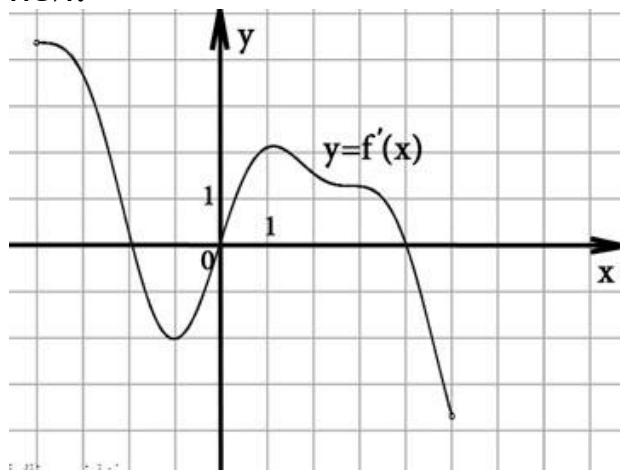
$$(\sin^2 x - \sqrt{2} \sin x) \sqrt{\cos x} = 0.$$

б) Укажите корни, лежащие на промежутке $\left[\frac{7\pi}{2}; 5\pi\right]$.

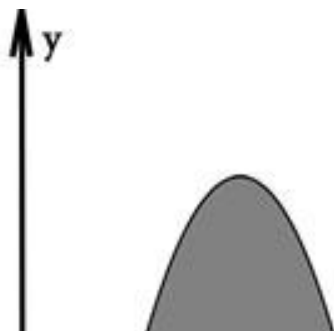
Раздел 5

1. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку с координатами (1; 3), касающейся графика функции $y = 8\sqrt{x} - 7$ пересекающей в двух различных точках график функции $y = x^2 + 4x - 1$

2. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = x + 14$ или совпадает с ней.



3. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Функция $F(x) = -\frac{x^3}{3} + 4x^2 - 12x + \sqrt{2}$ — одна из первообразных функции $f(x)$. Найдите площадь закрашенной фигуры.

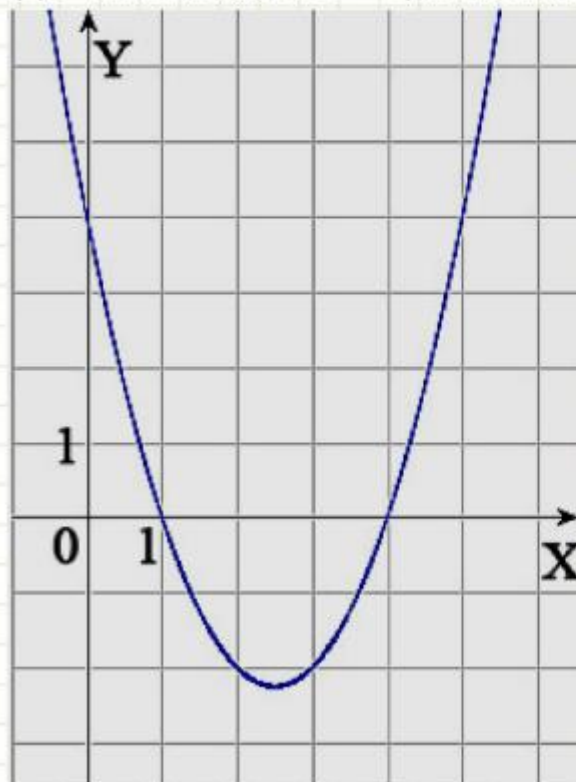


Раздел 6

На рисунке изображен график функции вида

$$f(x) = ax^2 + bx + c,$$

где числа a, b и c – целые. Найдите $f(-12)$.



Раздел 7

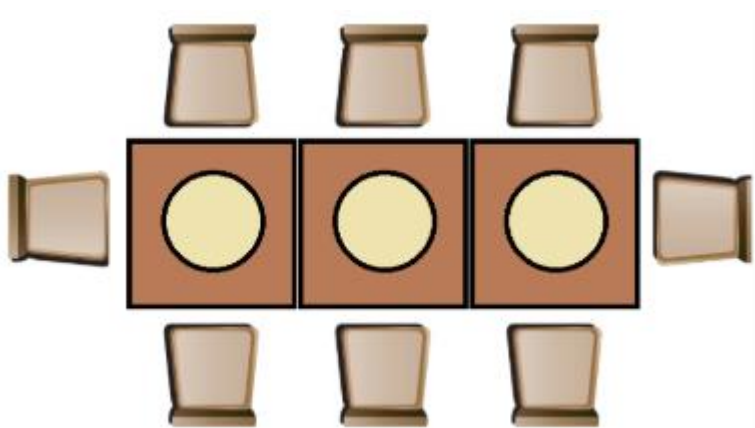
1. Найдите сумму первых 19 членов арифметической прогрессии, десятый член которой равен 1000.

2. Пусть $\{a_n\}$ арифметическая прогрессия с 100 элементами.

$a_1=5$, $a_2=8$ и так далее. $\{b_n\}$ также имеет 100 элементов,

$b_1=3$, $b_2=7$ и так далее. Найдите, сколько общих элементов имеют $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$?

3. В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображён случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 16 квадратных столиков вдоль одной линии?



Раздел 8

1. Из пунктов А и В, расстояние между которыми 87,5 км, одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля. Первый ехал со скоростью 50 км/ч. Каждый из автомобилей, повстречав друг друга первый раз, не останавливаясь, поехал дальше. Первый автомобиль, доехав до пункта В, развернулся и поехал обратно. Второй автомобиль, доехав до пункта А, остановился на полчаса и также поехал обратно.

Второй раз автомобили повстречались через 3 часа после отправления из начальных пунктов. Найдите скорость (в км/ч) второго автомобиля.

2. Доход некоторой семьи складывается из зарплаты мужа, жены и сына-студента. Если зарплату мужа увеличить на 50%, то общий доход семьи увеличится на 32%. Если же зарплату жены уменьшить вдвое, а зарплату мужа уменьшить на 25%, то доход семьи уменьшится на 32%. Во сколько раз зарплата мужа больше зарплаты жены.
3. Моторная лодка отчалила от пристани и проплыла по течению реки 61,5 км. После остановки на 30 минут лодка повернула обратно. Через 5,5 часов после начала движения от пристани лодке оставалось плыть до нее 30,5 километров. Скорость лодки в стоячей воде 18 км/ч. Найти скорость течения реки, если известно, что она менее 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.